# Cinemática das Colisões Nucleares

Setembro /2004

# Colisão Nuclear

- Espalhamento Elástico
- $A + a \rightarrow A + a$
- Espalhamento Inelástico
- $A + a \rightarrow A + a^*$
- Reação de Transferência
- $A + a \rightarrow B + b$
- Fusão Nuclear
- $A + a \rightarrow C$

# Grandezas conservadas numa reação nuclear:

- Energia Total
- Momento Linear
- Momento Angular
- Carga
- Paridade
- Número de Nucleons

# Descrição cinemática de uma reação nuclear

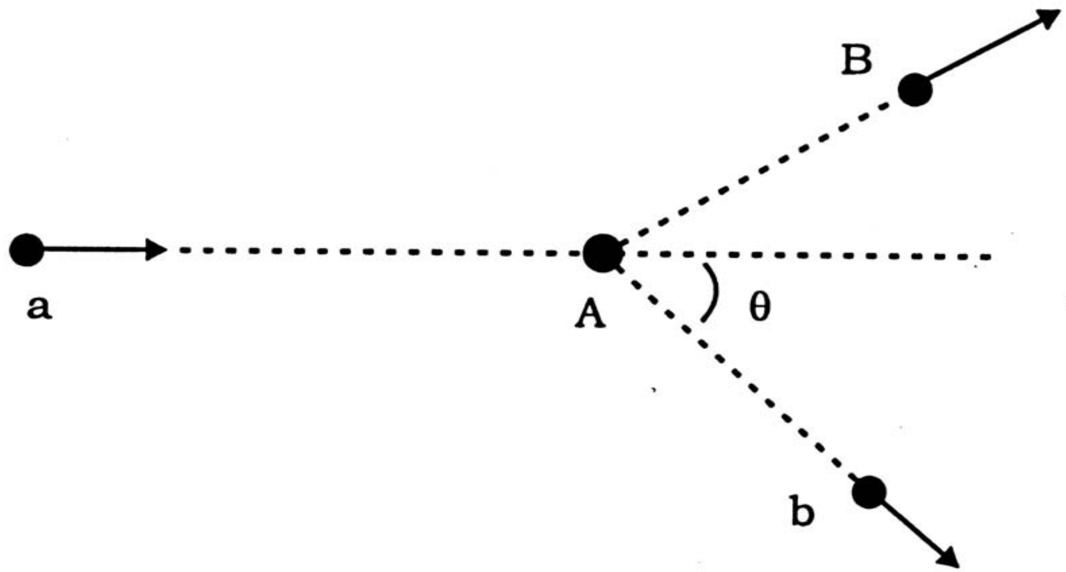



Fig. 3.2: *Colisão vista no referencial do laboratório.*

# Parâmetros relevantes nas reações nucleares com alvo fixo

- Massas e cargas dos núcleos no canal de entrada
- Valor do Q
- Energia do projétil
- Tipo de interação

# Q da reação

- Definição de **Q**:

  O valor de **Q** é a diferença entre a energia cinética total depois da colisão e a energia cinética total antes da colisão.

$$Q = \underbrace{T_B + T_b}_{\text{depois}} \underbrace{- T_A - T_a}_{\text{antes}}$$

# Q da reação

- Como a relação $T = E - mc^2$, onde E denota a energia total, é válida para cada um dos participantes
- e como E se conserva
- podemos escrever:

$$Q = m_a + m_A - m_B - m_b$$

# Q da reação

- $Q > 0 \rightarrow$ parte das massas é transformada em energia cinética – reação exoenergética

- $Q < 0 \rightarrow$ parte da energia cinética é transformada em massa – reação endoenergética

- $Q = 0 \rightarrow$ espalhamento elástico – $E_{total}$ e $T_{total}$ se conservam

- Reações exoenergéticas, **Q > 0**, são espontâneas, podem ocorrer sem estímulo externo.
- Reações endoenergéticas, **Q < 0**, precisam de energia de fora do sistema para ocorrer.
- Exemplo de reação exoenergética: decaimento do nêutron livre

$$n \rightarrow p + e^{-} + \nu_e$$

$$\mathbf{Q = m_n - m_p - m_e = 0{,}782\ MeV}$$

- reações **endoenergéticas (Q<0)**
- $^{6}Li + {}^{58}Co \rightarrow d + \alpha + {}^{58}Co$

- Essa reação é uma das que fazem parte da tese do Francisco e o valor de **Q** é:

$$Q = m_{^{6}li} + m_{^{58}Co} - m_{d} - m_{\alpha} - m_{^{58}co} = -1.47MeV$$

- Em reações endoenergéticas, Q < 0, pode-se calcular a energia cinética mínima ou energia de limiar do projétil para a reação ocorrer:

$$T_{\min} = (-Q)\frac{m_B + m_b}{m_B + m_b - m_a}$$

- E usando as leis de conservação de energia e momento, sabendo Q e as energias envolvidas, pode-se obter a massa de um núcleo se as demais forem conhecidas.

# O Sistema de Referência do Centro de Massa

- Quase tudo que se sabe sobre os átomos e os núcleos atômicos, descobriu-se através do bombardeamento de átomos e núcleos com partículas carregadas ou outros núcleos.

- O centro de massa de um sistema, ou de um corpo, é definido como sendo o ponto desse sistema que permite descrever o movimento do sistema com uma equação de movimento que contenha apenas uma aceleração (ao invés da taxa de variação do momento do sistema todo)

- Figura 3: Uma chave de boca movendo-se na ausência de forças externas. O centro de massa, marcado com uma cruz move-se como uma partícula livre.

- O movimento do CM = equação de uma partícula pontual. O que constitui uma simplificação fantástica.

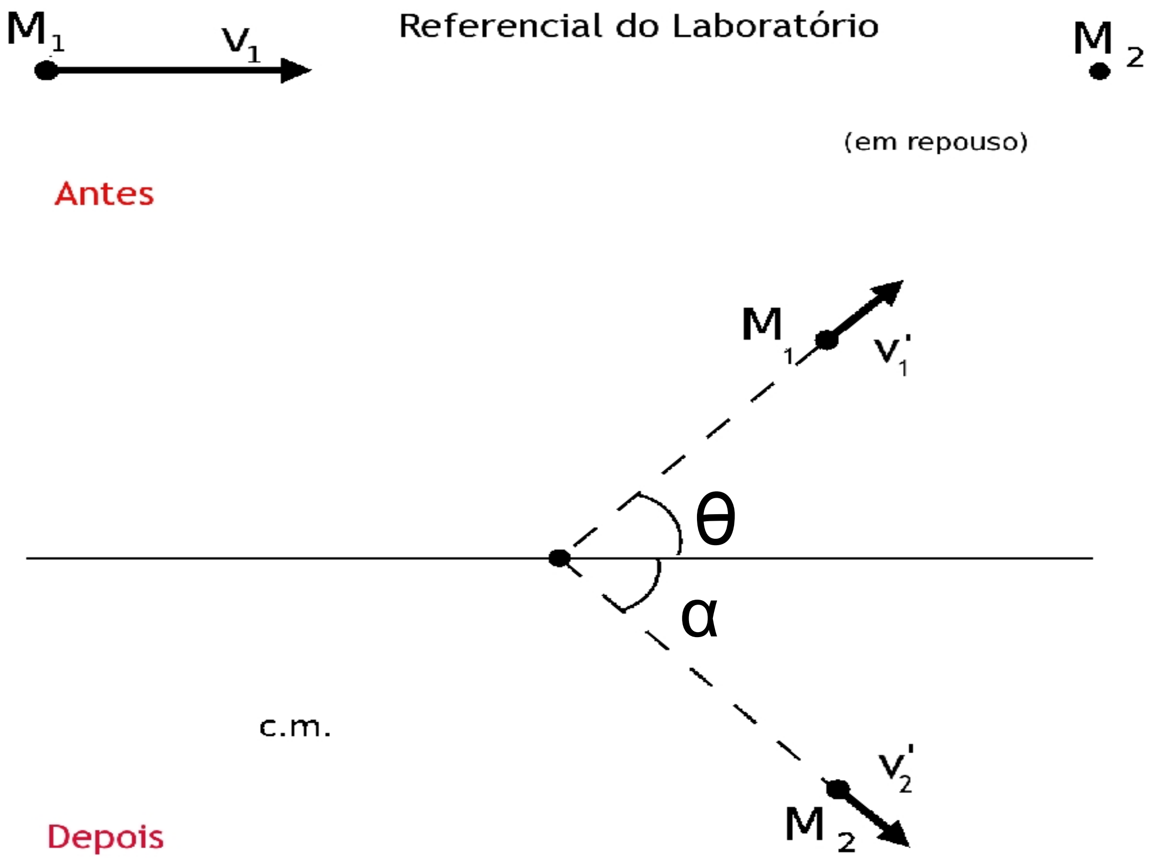
- Se o sistema consiste de **n** partículas de massas iguais, o vetor posição do **CM** vai ser a média dos vetores posição de cada uma de suas partículas:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \ldots + \vec{r}_n}{n}$$

espalhamento elástico - sistema clássico

$$\boldsymbol{\beta = v/c << 1}$$

$\mathbf{m_1}$ se movendo na direção **+x**, com velocidade $\mathbf{v_1}$ ($\mathbf{v_1 << c}$) se choca com outra partícula, de massa $\mathbf{m_2}$, inicialmente em repouso.


Referencial do Laboratório
M1
V1
M 2
(em repouso)
Antes
M1
V'1
θ
α
c.m.
V'2
M 2
Depois

- A conservação da energia cinética requer que:

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2 v'^2_2$$

A conservação do momento na direção **x**:

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 \cos\theta + m_2 v_2 \cos\alpha$$

e na direção **y**:

$$0 = m_1 v'_1\, sen\theta - m_2 v'_2\, sen\alpha$$

Resolver o problema do espalhamento no CM é muito mais simples
Mas medimos no laboratório
Precisamos converter as soluções obtidas no CM para o Lab.

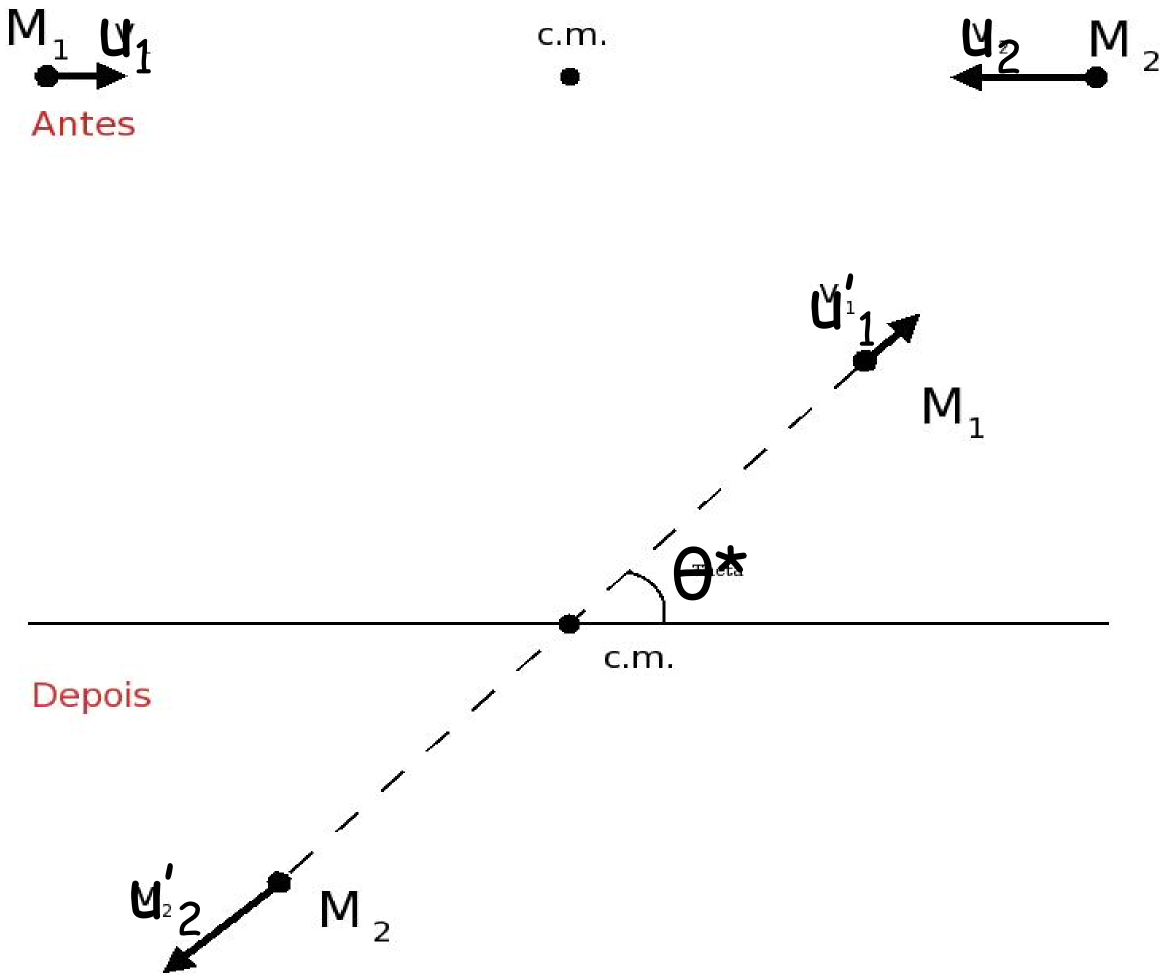
posição $\mathbf{X}_{CM}$ do centro de massa é definida pela equação:

$$(m_1 + m_2) X_{CM} = m_1 x_1 + m_2 x_2$$

$$(m_1 + m_2) \frac{dX_{CM}}{dt} = m_1 \frac{dx_1}{dt} + m_2 \frac{dx_2}{dt}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = v_1 \qquad \text{e} \qquad \frac{dx_2}{dt} = 0$$

# Referencial do centro de massa



$V_{CM}$ do centro de massa:

$$V_{CM} = \frac{dX_{CM}}{dt}$$

- + álgebra:

$$V_{CM} = \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_1$$

portanto o CM se move na mesma direção e sentido que o projétil (**partícula 1**), mas numa velocidade menor por um fator igual a $\mathbf{m_1/(m_1+m_2)}$.

observador localizado no centro de massa e se movendo com ele $u_1$, $u_2$, $u'_1$ e $u'_2$ são as velocidades das partículas no CM, antes e depois da colisão:

$$v_1 = u_1 + V_{CM} \qquad v'_1 = u'_1 + V_{CM} \qquad v_2 = u_2 + V_{CM} = 0 \qquad v'_2 = u'_2 + V_{CM}$$

$$p^* = m_1 u_1 = m_2 u_2 \qquad p'^* = p^*$$

$$p'_1 = \frac{m_1}{m_2} p^* + p'^* \qquad p'_2 = p^* - p'^*$$

- No CM o momento total das partículas
- antes da colisão:

$$m_1(v_1 - V_{CM}) - m_2 V_{CM} = m_1 v_1 - m_1\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)v_1 - m_2\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)v_1 =$$

$$= \frac{\left(m_1^2 v_1 + m_1 m_2 v_1 - m_1^2 v_1 - m_1 m_2 v_1\right)}{m_1 + m_2} = 0$$

é zero !

é zero antes da colisão, pela conservação do momento, deve ser zero depois da colisão. Então, depois da colisão, no CM, as partículas devem se separar com momentos iguais e opostos

- Da conservação do momento no CM:

$$m_1 u_1 = m_2 u_2 \qquad m_1 u'_1 = m_2 u'_2$$

- Da conservação da energia cinética no CM:

**$u'_1 = u_1$ e $u'_2 = u_2$**

- o módulo das velocidades da partículas no CM não se altera antes e depois da colisão!

- A energia cinética total no CM, T* pode ser escrita em termos da energia cinética total no LAB que, no caso é a energia do projétil:

$$T^* = \frac{m_2}{m_1 + m_2} T$$

Outra relação de interesse é a relação entre os ângulos de espalhamento, θ, (do projétil) e de recuo, α, (do alvo) no CM e no LAB:

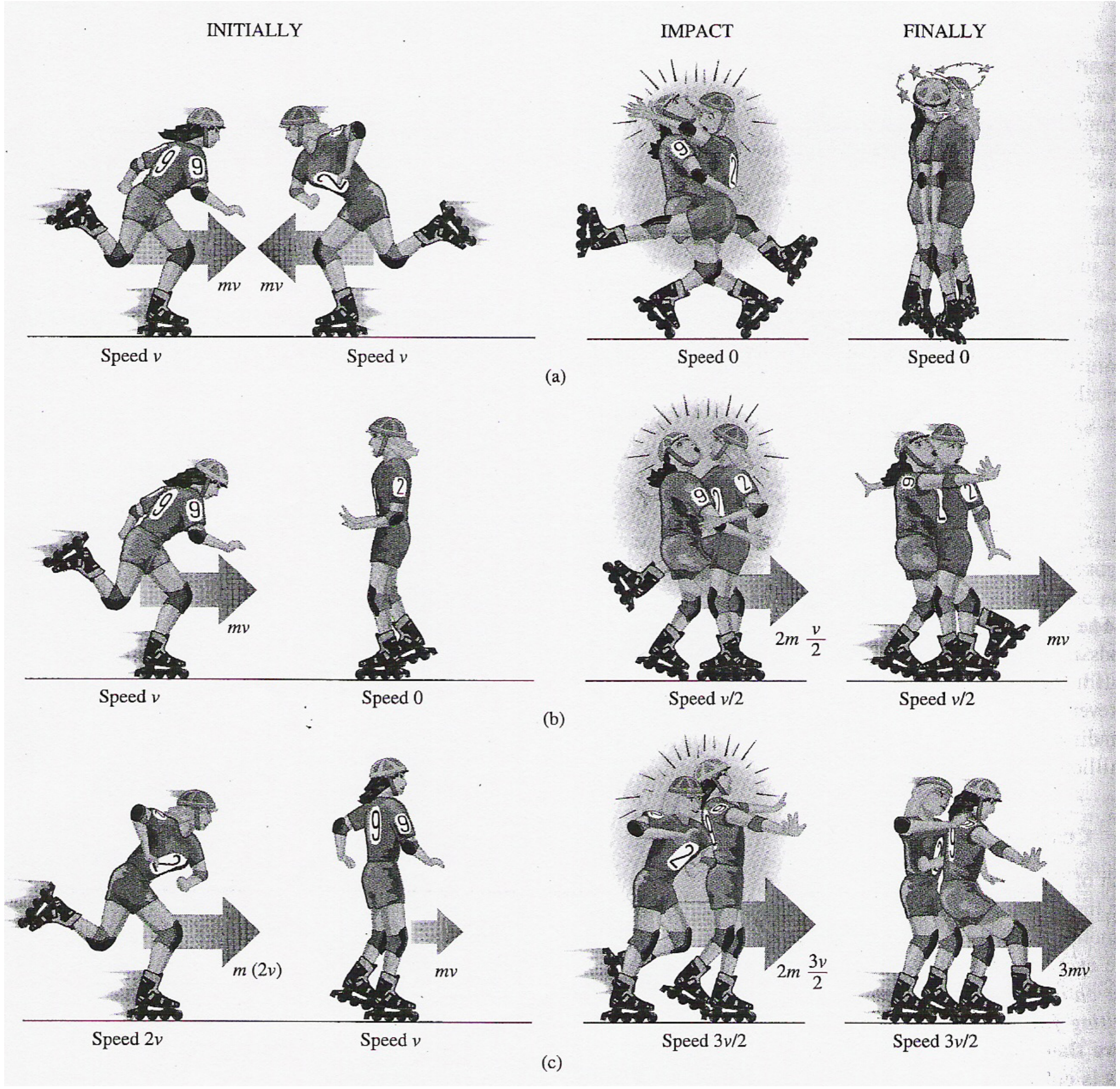
$$tg\,\theta = \frac{sen\,\theta^*}{\frac{m_1}{m_2} + \cos\theta^*} \qquad \alpha = \frac{1}{2}(\pi - \theta^*)$$

- Fração da energia cinética total no Lab, $T_1$,
- (energia do projétil) que é transferida à partícula alvo: $T'_2$ é a energia cinética final da partícula alvo

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} sen^2 \frac{1}{2}\theta*$$

a transferência máxima possível ocorre para uma colisão frontal (**$\theta$*=$\pi$**) e seu valor será igual a **1** somente quando **$m_1$=$m_2$**.

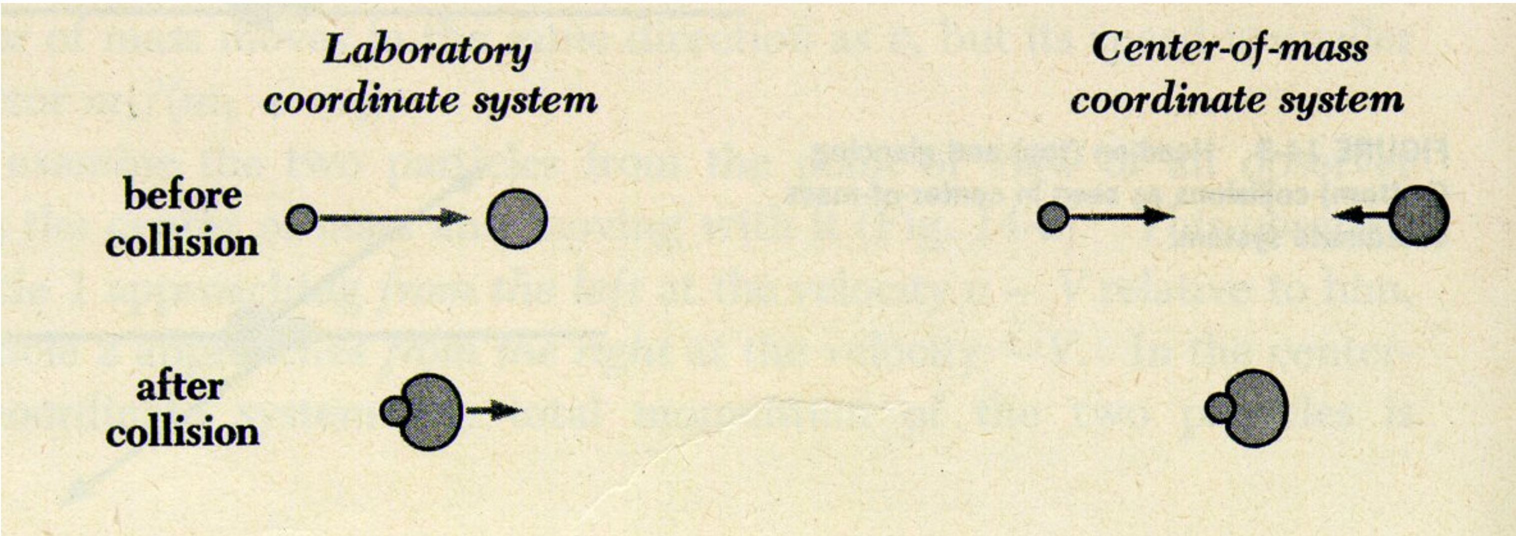
# Colisão Inelástica



- Em geral, numa colisão nuclear, a energia cinética perdida se torna energia de excitação de um, ou dos dois participantes e é subseqüentemente emitida sob forma de radiação gama.

Uma grandeza de interesse é a quantidade máxima de energia cinética que pode ser dissipada mantendo a condição de conservação do momento. Essa condição ainda é mantida mesmo que as duas partículas percam toda sua energia relativa ao centro de massa.

$$\Delta T_{\max} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} T$$




**Uma colisão inelástica (fusão), onde foi dissipada a $\Delta T_{max}$ vista no sistema de referência do laboratório e no sistema de referência do centro de massa.**

# Programa KINEQ

**Dados de entrada:**

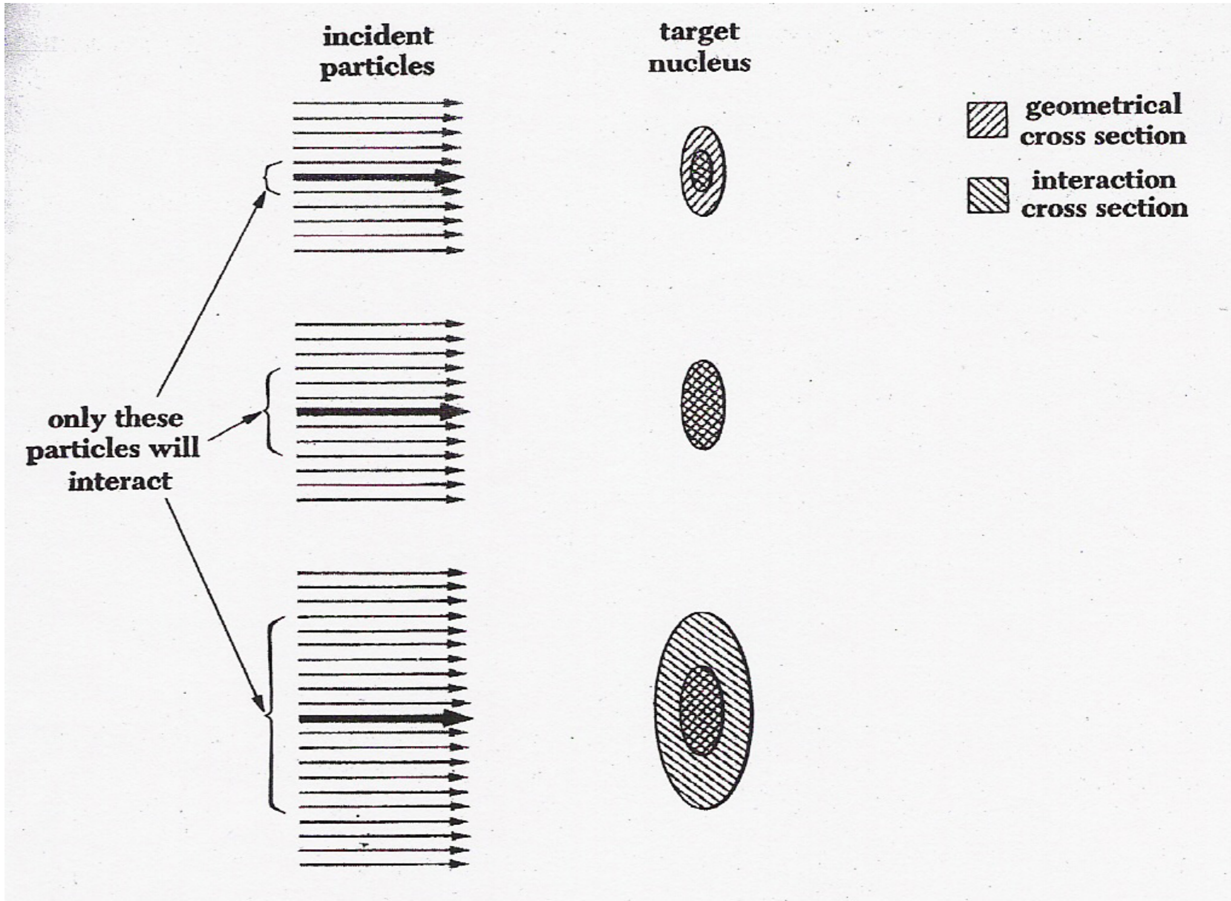
- as massas e as cargas dos participantes
- energia cinética do projétil
- *Os ângulos de espalhamento do projétil (um intervalo de x em x graus)*

- ***O que ele calcula:***
- *As energias cinéticas das partículas após a colisão*
- *O ângulo de recuo do alvo*
- *O jacobiano da transformação da energia de CM para Lab*

# Seção de Choque

- **Receita para obter informações sobre a estrutura de corpos microscópicos**: bombardeá-los com um feixe de partículas de características conhecidas e medir as partículas espalhadas nas várias direções. (Especialista: Francisco)

Quando se bombardeia qualquer alvo com qualquer tipo de projétil, o que se quer saber é qual é a probabilidade da partícula projétil tem de atingir o alvo e de ser espalhada numa determinada direção. Uma maneira conveniente de expressar essa probabilidade é através da **seção de choque**.




**Conceito de seção de choque: cada núcleo alvo apresenta uma área de interação às partículas do feixe incidente, que define a seção de choque.**

- toda partícula incidente que colide com a **área do alvo**, interage com ele e essa área é chamada de **seção de choque de espalhamento**. Caso existam **forças de longo alcance entre as partículas incidentes e as partículas do alvo**, a seção de choque não será somente a área geométrica, mas incluirá uma área de interação em torno da área geométrica do alvo, onde essas forças se fazem sentir e essa **área efetiva** (maior que a área geométrica) é, então, a **seção de choque da interação**.

- seção de choque é área e é expressa em
- barns **1barn=$10^{-28}$m$^2$~área geométrica do núcleo**

Além da seção de choque, a distribuição angular das partículas espalhadas dependerá da composição do alvo e do projétil, da forma do alvo, da energia de bombardeio e da natureza das forças entre as partículas e o alvo. **Então, precisamos saber como calcular a seção de choque para cada ângulo de espalhamento, para cada tipo de força entre as partículas projéteis e as partículas do alvo.**

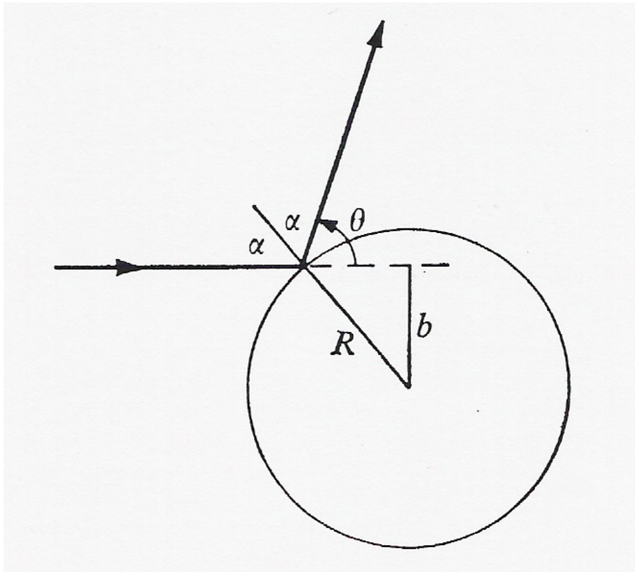
o alvo é uma esfera rígida, fixa, de raio **R** e o feixe incidente é uniforme e paralelo.

**f** = fluxo do feixe = o nº de partículas que cruza a unidade de área, normal à direção do feixe, por unidade de tempo.

**n** = número de partículas que tocam o alvo, por unidade de tempo: $n = f\sigma$

**σ** = área da seção transversal do alvo: $\sigma = \pi R^2$

Considerando **uma** das partículas do feixe: incide com parâmetro de impacto **b** e velocidade **v**




$$b = R\,\text{sen}\,\alpha$$

$$\theta = \pi - 2\alpha$$

$$b = R\cos\frac{\theta}{2}$$

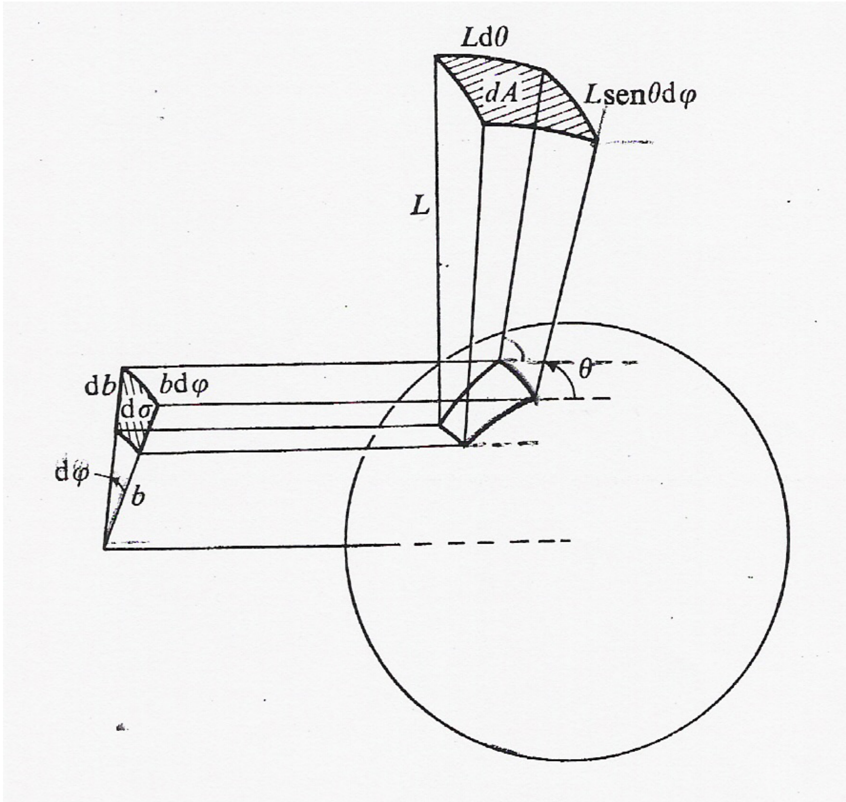
- Com a relação acima podemos calcular o número de partículas espalhadas numa direção especificada pelos ângulos polares **θ** e **φ**, dentro de uma variação angular **dθ** e **dφ**. As partículas espalhadas entre os ângulos **θ** e **θ+dθ** são aquelas cujos parâmetros de impacto estarão entre **b** e **b+db**.
- $$db = -\frac{1}{2} Rsen\frac{\theta}{2} d\theta$$
- Agora vamos calcular o que acontece com as partículas incidentes que cruzam uma pequena região de área compreendida entre **b** e **b+db** e entre **φ** e **φ+dφ**, que, portanto, cruzam a área:
-

$$d\sigma = b|db|d\varphi$$

$$d\sigma = \frac{1}{4}R^2 sen\theta d\theta d\varphi$$

$$dw = fd\sigma$$

**dw** = número de partículas que cruzam **dσ** por unidade de tempo, que é o número de partículas que vão emergir do alvo no intervalo angular observado



- p/ medir esse número: detector de área dA,
- a L do alvo (L grande),na direção θ:

$$dA = Ld\theta \times Lsen\theta d\varphi = L^2 d\Omega$$

$$d\omega = f \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{dA}{L^2}$$

grandeza relevante **dσ/dΩ = seção de choque diferencial**.

**<u>seção de choque diferencial é a razão entre o número de partículas espalhadas por unidade de ângulo sólido (dw/dΩ) pelo número de partículas incidentes por unidade de área (f).</u>**

- <u>dw = número de partículas detectadas por unidade de tempo é obtido multiplicando-se a seção de choque diferencial pelo fluxo de partículas incidentes e pelo ângulo sólido subentendido no alvo, pelo detector</u>,